Bordismentheorie stabil gerahmter
G-Mannigfaltigkeiten.

Hausschild, Henning

in: Mathematische Zeitschrift | Mathematische Zeitschrift | | Article
165 - 172

Math. Z. 139, 165–171 (1974)

Bordismentheorie stabil gerahmter G-Mannigfaltigkeiten

Henning Hauschild

0. Übersicht

Mit den in [10] zu findenden Methoden der äquivarianten Bordismentheorie analysiere ich zunächst die Bordismentheorie $\omega_*^G(-)$ der stabil gerahmten (stably framed) G-Mannigfaltigkeiten. Sodann wird in Satz (IV.2) gezeigt, daß die Pontrjagin-Thom Konstruktion für eine große Klasse von Liegruppen einen Isomorphismus $i\colon \omega_*^G(X) \to \Pi_*^G(X)$ liefert, wobei $\Pi_*^G(-)$ die stabile äquivariante Homotopietheorie aus [9] bezeichnet. Es wird ein Beispiel einer Liegruppe angegeben, für welche i nicht isomorph ist. Schließlich wird angedeutet, wie sich die Methoden zur Berechnung von $\omega_*^G(-)$ auf $\Pi_*^G(-)$ und von hier vermöge der Universalität von $\Pi_*^G(-)$ auf beliebige durch ein G-Spektrum gegebene stabile Homologietheorien $t_*^G(-)$ übertragen. Diese Arbeit gibt eine Zusammenfassung der Ergebnisse meiner Dissertation [7].

I. Bordismentheorie stabil gerahmter G-Mannigfaltigkeiten

Es sei im folgenden G immer eine kompakte Liegruppe. Ist M eine differenzierbare G-Mannigfaltigkeit, so bezeichne $T(M)$ das zugehörige Tangentialbündel. Ist V eine G-Darstellung, so sei $\mathbf{V} \to M$ das triviale G-Vektorraumbündel $pr\colon V \times M \to M$. Sind V und W G-Darstellungen, so bezeichne $\Phi_n^{V|W}(M)$ die Menge der Homotopieklassen von G-Bündelisomorphismen

$$\begin{tikzcd} \varphi\colon \mathbb{R}^n \oplus \mathbf{W} \oplus T(M) \arrow[rr] \arrow[dr] & & \mathbb{R}^n \oplus \mathbf{V} \arrow[dl] \\ & M & \end{tikzcd}$$

Man hat eine Abbildung $\Phi_n^{V|W}(M) \to \Phi_{n+1}^{V|W}(M)$, welche durch Addition des trivialen Bündels $\mathbb{R}^1$ von links gegeben sei.

(I.2) *Definition.* $\Phi^{V|W}(M) = \varinjlim_{n \in \mathbb{N}} \Phi_n^{V|W}(M)$ heißt die Menge der stabilen $(V|W)$-Rahmenstrukturen auf M; eine $(V|W)$-gerahmte G-Mannigfaltigkeit besteht aus einem Paar (M, φ) mit $\varphi \in \Phi^{V|W}(M)$. $\square$

Segal arbeitet in [9] mit einer etwas anderen Definition. Hierzu sei $\Psi_U^{V|W}(M)$ die Menge der Homotopieklassen von G-Bündelisomorphismen

$$\begin{tikzcd} \psi\colon \mathbf{U} \oplus \mathbf{W} \oplus T(M) \arrow[rr] \arrow[dr] & & \mathbf{U} \oplus \mathbf{V} \arrow[dl] \\ & M & \end{tikzcd}$$

Ist $\alpha\colon U \to U'$ eine injektive Abbildung von G-Darstellungen, so induziert diese eine Abbildung $\Psi_U^{V|W}(M) \to \Psi_{U'}^{V|W}(M)$.

(I.3) *Definition.* $\Psi^{V|W}(M) = \varinjlim_U \Psi_U^{V|W}(M)$ heißt die Menge der G-stabilen $(V|W)$-Rahmenstrukturen auf M. □

(I.4) *Definition.* $\omega_V^G(X)$ [bzw. $\bar{\omega}_V^G(X)$] bezeichne die Bordismentheorie, die man mit Hilfe der stabil$(V|\mathbb{R}^0)$-gerahmten [bzw. G-stabil$(V|\mathbb{R}^0)$-gerahmten] singulären G-Mannigfaltigkeiten in X erhält, wobei X beliebiger G-Raum sei. □

Man hat eine natürliche Transformation $A\colon \omega_V^G(X) \to \bar{\omega}_V^G(X)$. Es zeigt sich, daß die Methoden der äquivarianten Bordismentheorie nur für die Theorie $\omega_V^G(X)$ anwendbar sind, während man für Transversalitätsargumente besser die Theorie $\bar{\omega}_V^G(X)$ benutzt.

Sind nun $F \supset F'$ zwei Familien von Untergruppen von G (vgl. [10]), so hat man analog zu [10] auch die Bordismengruppen $\omega_V^G[F, F'](X, A)$, welche aus F-freien G-Mannigfaltigkeiten, deren Rand sogar F'-frei ist, gebildet werden.

Ist $V - W$ eine gekürzte virtuelle G-Darstellung, so setze man noch

$$\omega_{V-W}^G[F, F'](X, A) = \omega_V^G[F, F']((X, A) \times (DW, SW)),$$

wobei DW bzw. SW den Ball- bzw. die Sphäre vom Radius 1 in W bezeichne, und man erhält so äquivariante mit dem Darstellungsring $RO(G)$ indizierte Homologietheorien $\omega_*^G[F, F'](-)$ bzw. $\bar{\omega}_*^G[F, F'](-)$.

Ist U wieder G-Darstellung, so hat man analog zu [2] einen Einhängungshomomorphismus

$$st(U)\colon \omega_V^G[F, F'](X, A) \to \omega_{V\oplus U}^G[F, F']((X, A) \times (DU, SU)).$$

(I.5) *Definition.* ${}^{st}\omega_V^G[F, F'](X, A) = \varinjlim_U \omega_{V\oplus U}^G[F, F']((X, A) \times (DU, SU))$, wobei U die G-Darstellungen durchlaufe, heißt die zu $\omega_*^G(-)$ gehörige stabile Bordismentheorie. □

Ist $\Pi_*^G(-)$ die äquivariante stabile Homotopietheorie aus [9] und $F' \subset F$ zwei Familien von Untergruppen von G, so kann man nach [5] auch die Theorien $\Pi_*^G[F, F'](-)$ definieren. Die Pontrjagin-Thom Konstruktion liefert z.B. nach [2] eine natürliche Transformation

$${}^{st}i\colon {}^{st}\omega_*^G[F, F'](X, A) \to \Pi_*^G[F, F'](X, A).$$

Ist

$$\varepsilon\colon \omega_*^G[F, F'](X, A) \to {}^{st}\omega_*^G[F, F'](X, A)$$

die Abbildung in den direkten Limes, so setze man noch

$${}^{st}i \circ \varepsilon = i\colon \omega_*^G[F, F'](X, A) \to \Pi_*^G[F, F'](X, A).$$

(I.6) **Satz.** ${}^{st}i\colon {}^{st}\omega_*^G[F, F'](X, A) \to \Pi_*^G[F, F'](X, A)$ *ist ein natürlicher Isomorphismus von äquivarianten Homologietheorien.*

Beweis. Siehe [2] für den analogen Fall der nicht-orientierten äquivarianten Bordismentheorie. □

II. Ein Reduktionssatz

Es sei H abgeschlossene Untergruppe von G. Das Tangentenbündel von G/H hat die Gestalt $T(G/H) = G \times_H L$ mit passender von G und H abhängiger H-Darstellung L. Ist nun eine V-gerahmte singuläre G-Mannigfaltigkeit $[f\colon (M, \varphi) \to G \times_H X]$ gegeben, so betrachte die Zusammensetzung

$$pr \circ f\colon M \to G \times_H X \to G/H.$$

Ohne Einschränkung kann man $pr \circ f$ als differenzierbar voraussetzen. Weiter ist $pr \circ f$ eine Submersion und damit transversal zur Inklusion $H/H \to G/H$. Damit ist $(pr \circ f)^{-1}(H/H)$ eine H-Untermannigfaltigkeit von (M, φ) mit einer durch φ induzierten $(\bar{V}|L)$-Rahmenstruktur $\bar{\varphi}$. Man erhält so eine natürliche Transformation $T\colon \omega_V^G(G \times_H X) \to \omega_{\bar{V}|L}^H(X)$ definiert durch

$$T[f\colon (M, \varphi) \to G \times_H X] = [f|\colon ((pr \circ f)^{-1}(H/H), \bar{\varphi}) \to X],$$

wobei $\bar{V}$ durch Restriktion der Gruppenoperation von G auf H entstehe und $\omega_{\bar{V}|L}^H(X)$ die mit Hilfe von stabil $(\bar{V}|L)$-gerahmten G-Mannigfaltigkeiten gebildete Bordismentheorie bezeichnet.

(II.1) **Satz.** *Die natürliche Transformation T ist ein mit den jeweiligen Einhängungshomomorphismen verträglicher Isomorphismus.*

Beweis. Eine zu T inverse Abbildung $E\colon \omega_{\bar{V}|L}^H(X) \to \omega_V^G(G \times_H X)$ erhält man durch die Extension der Gruppenoperation.

Ist $[\bar{f}\colon (N, \bar{\varphi}) \to X] \in \omega_{\bar{V}|L}^H(X)$ gegeben mit $\bar{\varphi}\colon \mathbb{R}^n \oplus \mathbf{L} \oplus T(N) \to \mathbb{R}^n \oplus \bar{\mathbf{V}}$, so setze man

$$E[\bar{f}\colon (N, \bar{\varphi}) \to X] = [id \times_H \bar{f}\colon (G \times_H N, \varphi) \to G \times_H X]$$

mit

$$\begin{aligned} \varphi\colon \mathbb{R}^n \oplus T(G \times_H N) &\cong G \times_H (\mathbb{R}^n \oplus \mathbf{L} \oplus T(N)) \xrightarrow[id \times H\bar{\varphi}]{} G \times_H (\mathbb{R}^n \oplus \bar{\mathbf{V}}) \\ &\cong (G \times_H N) \times (\mathbb{R}^n \oplus V). \end{aligned}$$

Aus der Konstruktion von T und E folgt sofort $T \circ E = id$ und $E \circ T = id$, sowie die Verträglichkeit mit den betreffenden Einhängungshomomorphismen. □

Da T mit den Einhängungshomomorphismen verträglich ist und wegen der Beziehung ${}^{st}\omega_{\bar{V}|L}^H(X) \cong {}^{st}\omega_{\bar{V}}^H(X \times DL, X \times SL)$ folgt wegen Satz (II.1) und Satz (I.6):

(II.2) **Korollar.** *Man hat natürliche Isomorphismen*

$${}^{st}T\colon {}^{st}\omega_V^G(G \times_H X) \xrightarrow[\cong]{} {}^{st}\omega_{\bar{V}|L}^H(X)$$

und

$$\bar{T}\colon \Pi_V^G(G \times_H X) \xrightarrow[\cong]{} \Pi_{\bar{V}}^H(X \times DL, X \times SL). \quad □$$

III. Berechnung von $\omega_*^G[F, F'](-)$ für benachbarte Familien

(III.1) *Definition.* Zwei Familien $F' \subset F$ von Untergruppen von G heißen benachbart zur Untergruppe $H \subset G$, falls $F - F'$ aus den Konjugierten der in F maximalen Untergruppe H besteht.

Sind $F' \subset F$ benachbart zur Untergruppe H, so bezeichne N den Normalisator von H in G und es sei $K = N/H$; weiter sei [frei] die Familie, die nur aus dem Einselement besteht. Man hat dann eine natürliche Transformation

$$BaF(H)\colon \omega_V^G[F, F'](X) \to \omega_{V^H}^K[\text{frei}](X^H),$$

welche einfach durch Beschränkung auf die H-Fixpunktmenge gegeben ist, d.h.

$$BaF(H)[f\colon (M, \varphi) \to X] = [f^H\colon (M^H, \varphi^H) \to X^H],$$

wobei das hochgestellte H die jeweilige H-Fixpunktmenge bezeichnet.

(III.2) **Satz.** *Sind $F' \subset F$ zur Untergruppe $H \subset G$ benachbarte Familien und ist G/N eine endliche Menge, so ist $BaF(H)$ ein natürlicher Isomorphismus.*

Beweis. Eine zu $BaF(H)$ inverse Abbildung

$$E\colon \omega_{V^H}^K[\text{frei}](X^H) \to \omega_V^G[F, F'](X)$$

ergibt sich wie folgt: Ist $\alpha = [\bar{f}\colon (\bar{M}, \bar{\varphi}) \to X^H] \in \omega_{V^H}^K[\text{frei}](X^H)$ gegeben und bezeichnet $V_\perp^H$ das orthogonale Komplement von V^H in V, so setze man

$$E(\alpha) = [f\colon (G \times_N (\bar{M} \times DV_\perp^N), \varphi) \to X],$$

wobei die V-Rahmenstruktur φ als Produkt der beiden Rahmenstrukturen auf den N-Mannigfaltigkeiten $\bar{M}$ und $DV_\perp^H$ entstehe und dann auf $G \times_N (\bar{M} \times DV_\perp^H)$ erweitert werde, was möglich ist, da G/N als endliche Menge vorausgesetzt ist. Die Abbildung f ist definiert durch $f(g, \bar{m}, v) = g \circ \bar{f}(\bar{m})$. Die Beziehungen $E \circ BaF(H) = id$ und $BaF(H) \circ E = id$ rechnet man etwa wie in [10] Satz (5.1) nach. □

Da $BaF(H)$ mit den Einhängungshomomorphismen in den betreffenden Theorien verträglich ist, erhält man

(III.3) Korollar. *Unter den Voraussetzungen von Satz* (III.2) *hat man natürliche Isomorphismen:*

$${}^{st}BaF(H)\colon {}^{st}\omega_V^G[F, F'](X) \xrightarrow[\cong]{} {}^{st}\omega_{V^H}^K[\text{frei}](X^H)$$

und

$$\overline{BaF}(H)\colon \Pi_V^G[F, F'](X) \xrightarrow[\cong]{} \Pi_{V^H}^K[\text{frei}](X^H).$$

Beweis. Verwende Satz (III.2), Satz (I.6) und die Tatsache, daß der direkte Limes Isomorphismen erhält. □

Sind $F' \subset F$ zur Untergruppe H benachbarte Familien und ist G/N beliebig, so ist die Berechnung von $\omega_V^G[F, F'](X)$ etwas aufwendiger. Ist

$$[f\colon (M, \varphi) \to X] \in \omega_V^G[F, F'](X)$$

gegeben, so betrachte die H-Fixpunktmenge M^H und das zugehörige Orbitbündel $M^{(H)} \cong G \times_N M^H$. Bezeichnet $\nu(M^{(H)}, M)$ das Normalenbündel von $M^{(H)}$ in M, so hat man für das Ballbündel eine Abbildung

$$k \circ p\colon D\nu(M^{(H)}, M) \to M^{(H)} \to G \times_N E(K),$$

wobei p die Bündelprojektion, k die klassifizierende Abbildung des Orbitbündels und $E(K)$ der universelle freie K-Raum ist. $D\nu(M^{(H)}, M)$ erhält durch Einschränkung eine V-Rahmenstruktur $\varphi|$. Man denke sich hierbei $D\nu(M^{(H)}, M)$ mit einer Tubenumgebung von $M^{(H)}$ in M identifiziert. Setzt man $Ex[f\colon (M,\varphi)\to X] = [f'\colon (D\nu(M^{(H)}, M), \varphi|)\to G\times_N E(K)\times X]$ mit $f' = k\circ p\times f|$, so erhält man eine natürliche Transformation $Ex\colon \omega_V^G[F,F'](X)\to\omega_V^G[F,F'](G\times_N E(K)\times X)$. Ex soll hierbei an Excision erinnern, da etwas F'-freies weggeschnitten wird.

(III.4) Satz. *Sind $F'\subset F$ zur Untergruppe $H\subset G$ benachbarte Familien, so ist Ex ein natürlicher mit den Einhängungshomomorphismen verträglicher Isomorphismus.*

Beweis. Eine zu Ex inverse Abbildung ist durch die Projektion

$$p\colon\ G\times_N E(K)\times X\to X$$

induziert. Aus obiger Konstruktion folgt sofort $Ex\circ p_* = id$ und die Verträglichkeit mit den Einhängungshomomorphismen. Die Beziehung $p_*\circ Ex = id$ folgt mit Lemma (5.1) aus [10]. □

(III.5) Korollar. *Sind $F'\subset F$ benachbart zur Untergruppe $H\subset G$, so hat man natürliche Isomorphismen:*

$$^{st}Ex\colon\ {}^{st}\omega_V^G[F,F'](X)\xrightarrow[\cong]{}{}^{st}\omega_V^G[F,F'](G\times_N E(K)\times X)$$

und

$$\overline{Ex}\colon\ \Pi_V^G[F,F'](X)\xrightarrow[\cong]{}\Pi_V^G[F,F'](G\times_N E(K)\times X).$$

Beweis. Verwende Satz (I.6) und Satz (III.4). □

IV. Die Stabilität von $\omega_*^G(X)$

(IV.1) Satz. *Ist $T\colon h_*^G(-)\to k_*^G(-)$ eine natürliche Transformation von stetigen äquivarianten Homologietheorien, welche für benachbarte Familien $F'\subset F$ einen Isomorphismus*

$$T[F,F']\colon\ h_*^G[F,F'](-)\to k_*^G[F,F'](X)$$

induziert, so ist T isomorph.

Beweis. Man betrachte die Menge $\mathfrak{M}$ aller Familien von Untergruppen angeordnet durch Inklusion. $\mathfrak{M}'$ bezeichne die Menge derjenigen Familien $F\in\mathfrak{M}$, für die $T[F]$ isomorph ist. Es ist $\mathfrak{M}'$ nicht leer, da die Familie bestehend nur aus dem Einzelelement in $\mathfrak{M}'$ liegt. Man erhält in $\mathfrak{M}'$ ein maximales Element A, indem man die Vereinigung über alle Familien aus $\mathfrak{M}'$ bildet. Bezeichnet $E(F)$ den klassifizierenden Raum der Familie F aus [5], so erhält man $E(A) = \varinjlim_{F\in\mathfrak{M}'} E(F)$, da der Funktor E mit direkten Limiten vertauschbar ist. Wegen der Stetigkeit gilt nun $T[A] = \varinjlim_{F\in\mathfrak{M}'} T[F]$, und damit ist auch $T[A]$ isomorph. Besteht A aus allen abgeschlossenen Untergruppen von G, so ist man fertig. Ist dies nicht der Fall, so sei K eine abgeschlossene Untergruppe von G mit minimaler Dimension und minimaler Anzahl von Zusammenhangskomponenten, welche nicht in A liegt. Bilde nun die Familie A', die aus A entsteht, indem man noch die Konjugierten von K hinzunimmt. Es sind dann $A\subset A'$ nach Konstruktion benachbart zur Untergruppe K.

Betrachte nun die zu dem Paar $A \subset A'$ gehörigen langexakten Sequenzen

$$\begin{tikzcd}
\cdots \arrow[r] & h_*^G[A](-) \arrow[r] \arrow[d, "T{[A]}", "\cong"'] & h_*^G[A'](-) \arrow[r] \arrow[d, "T{[A']}"] & h_*^G[A',A](-) \arrow[r] \arrow[d, "T{[A',A]}", "\cong"'] & \cdots \\
\cdots \arrow[r] & k_*^G[A](-) \arrow[r] & k_*^G[A'](-) \arrow[r] & k_*^G[A',A](-) \arrow[r] & \cdots .
\end{tikzcd}$$

Somit ist nach dem 5-er Lemma auch $T[A']$ isomorph, damit muß A schon alle abgeschlossenen Untergruppen umfassen, da A maximal gewählt war. □

(IV.2) Satz. *Ist G eine Liegruppe, so daß für alle abgeschlossenen Untergruppen $H \subset G$ die Menge $G/N(H)$ endlich ist, so ist die Transformation*

$$i\colon\ \omega_V^G(X) \to \Pi_V^G(X)$$

aus (I.6) *ein Isomorphismus.*

Beweis. Wegen Satz (IV.1) genügt es, die Behauptung für benachbarte Familien zu zeigen. Wegen Satz (I.6) genügt es zu zeigen, daß

$$st(U)\colon\ \omega_V^G[F,F'](X) \to \omega_{V\oplus U}^G[F,F'](X \times DU, X \times SU)$$

isomorph ist für zur Untergruppe $H \subset G$ benachbarte Familien $F' \subset F$ und alle G-Darstellungen U. Da nach Voraussetzung $G/N(H)$ endlich ist, kann man Satz (III.2) anwenden und erhält das folgende Diagramm:

$$\begin{tikzcd}
\omega_V^G[F,F'](X) \arrow[r, "st(U)"'] \arrow[d, "BaF(H)", "\cong"'] & \omega_{V\oplus U}^G[F,F'](X \times DU, X \times SU) \arrow[d, "BaF(H)", "\cong"'] \\
\omega_{V^H}^K[\text{frei}](X^H) \arrow[r, "st(U^H)"] & \omega_{V^H\oplus U^H}^K[\text{frei}](X^H \times DU^H, X^H \times SU^H).
\end{tikzcd}$$

Für freie K-Mannigfaltigkeiten gilt nun aber ein Transversalitätssatz und damit ist $st(U^H)$ in der üblichen Weise ein Isomorphismus. □

Bemerkung: Ein Transversalitätssatz für freie K-Mannigfaltigkeiten und allgemeinere Resultate über äquivariante Transversalität werden in [8] bewiesen.

Beispiel (IV.3). Ist $G = U(n)$ = unitäre Gruppe, $T \subset U(n)$ ein maximaler Torus und $W = N/T$ die Weylgruppe, so ist G/N nicht endlich. Die Familie F bestehe aus allen Untergruppen von T nebst allen Konjugierten; F' bestehe aus allen *echten* Untergruppen von T nebst Konjugierten.

$F \supset F'$ sind benachbart zum Torus T. Es gilt nun $\omega_{\mathbb{R}^r}^G[F,F'](\text{Punkt}) = 0$; denn wäre (M, φ) eine nicht leere $\mathbb{R}^r$-gerahmte G-Mannigfaltigkeit mit

$$\varphi\colon\ \mathbb{R}^n \oplus T(M) \to \mathbb{R}^n \oplus \mathbb{R}^r,$$

so betrachte die T-Fixpunktmenge M^T; sie ist wieder $\mathbb{R}^r$-gerahmt, also r-dimensional. M enthält aber mit M^T auch das zugehörige Orbitbündel $M^{(T)} \cong M^T \times_N G$. Dies hat aber echt größere Dimension als M, also muß M leer sein.

Andererseits gilt:

$$\begin{aligned}\Pi^G_{\mathbb{R}^r}[F,F'](\text{Punkt}) &\xrightarrow[\text{(III.4)}]{\cong} \Pi^G_{\mathbb{R}^r}[F,F'](G\times_N E(W))\\ &\underset{\text{(II.2)}}{\cong} \Pi^N_{\mathbb{R}^r}[F,F'](DL\times E(W), SL\times E(W))\\ &\underset{(*)}{\cong} \Pi^W_{\mathbb{R}^r}[\text{frei}](E(W))\\ &\underset{\text{(IV.2)}}{\cong} \omega^W_{\mathbb{R}^r}[\text{frei}](E(W))\cong\omega^1_{\mathbb{R}^r}(B(W))\neq 0,\end{aligned}$$

wobei $B(W)=E(W)/W$ gesetzt ist. Der Isomorphismus $(*)$ gilt wegen Korollar (III.3), da die Menge $N/T=W$ endlich ist und die T-Fixpunktmenge in der N-Darstellung L nur aus dem Nullpunkt besteht. □

V. Anwendungen

Ist $\{t^G_*\}$ analog zum äquivarianten Sphärenspektrum ein mit den G-Darstellungen indiziertes äquivariantes Spektrum und $t^G_*(-)$ die resultierende Homologietheorie, so folgt sofort:

(V.1) Satz. *Es gilt* $t^G_*(X)\cong\varinjlim_U \Pi^G_{*\oplus U}(t^G_U\wedge X)$, *wobei U die G-Darstellungen durchläuft.*

Hiermit übertragen sich nun die geometrischen Methoden zur Berechnung von $\omega^G_*(-)$ aus den vorangehenden Abschnitten vermöge Limesbildung auf beliebige äquivariante darstellbare stabile Homologietheorien $t^G_*(-)$.

Im einzelnen kann man $t^G_*(G\times_H X)$ „reduzieren"; $t^G_*[F,F'](X)$ für benachbarte Familien durch Beschränkung auf die Fixpunktmenge berechnen und, worauf in dieser Arbeit nicht eingegangen werden kann, $\omega^G_*[\text{frei}](X)$ und $t^G_*[\text{frei}](X)$ auf nicht äquivariante Homologietheorien zurückführen unter Bedingungen, wie sie in [4] für die äquivarianten Kohomologietheorien angegeben sind. Eine ausführliche Darstellung dieser Anwendungen findet man in [7].

Literatur

1. Bredon, G. E.: Equivariant cohomology theories. Lecture Notes in Mathematics Band 34. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1967
2. Bröcker, Th., Hook, E.: Stable equivariant bordism. Math. Z. **129**, 269–277 (1972)
3. Bröcker, Th., tom Dieck, T.: Kobordismentheorie. Lecture Notes in Mathematics Band **178**. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1970
4. tom Dieck, T.: Glättung äquivarianter Homotopiemengen. Arch. der Math. **20**, 288–295 (1969)
5. tom Dieck, T.: Orbittypen und äquivariante Homologie I. Arch. der Math. **23**, 307–317 (1972)
6. tom Dieck, T.: Transformationsgruppen und Kobordismentheorie. Aarhus Lecture Notes, Preprint series No 30 (1969)
7. Hauschild, H.: Bordismentheorie stabil gerahmter G-Mannigfaltigkeiten und stabile äquivariante Homotopie. Dissertation. Saarbrücken (1973)
8. Hauschild, H.: Äquivariante Transversalität und ihre Anwendungen in den Bordismentheorien. Preprint
9. Segal, G.: Equivariant stable Homotopy theory. Actes Congrès intern. Math. Tome **2**, 59–63 (1970)
10. Stong, R.: Unoriented bordism and actions of finite groups. Memoirs Amer. math. Soc. **103** (1970)

Dr. H. Hauschild
Fachbereich Mathematik
der Universität des Saarlandes
D-6600 Saarbrücken 11
Bundesrepublik Deutschland

(Eingegangen am 25. Januar 1974)